Ch 7

LA TRIGONOMÉTRIE

Sommaire

0- Objectifs

1- Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

2- Calcul de longueur

3- Calcul d'angle

0- Objectifs

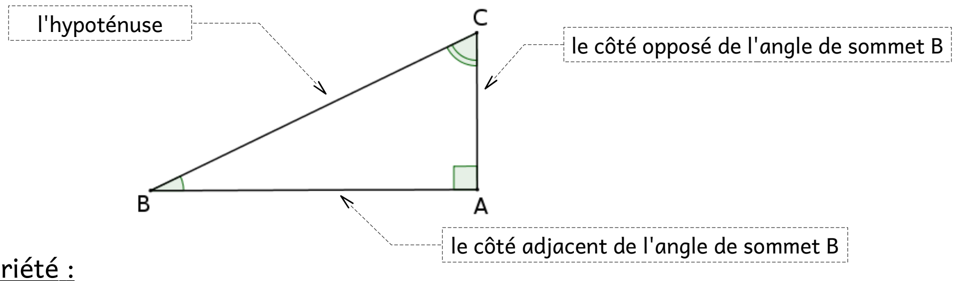
• Connaître et utiliser les relations entre le cosinus, le sinus ou la tangente d’un angle aigu et les longueurs de deux des côtés d’un triangle rectangle.

• Déterminer, à l’aide de la calculatrice, des valeurs approchées :
- du sinus, du cosinus et de la tangente d’un angle aigu donné
- de l’angle aigu dont on connaît le cosinus, le sinus ou la tangente

• Calculer une longueur ou un angle à l'aide des lignes trigonométriques.

1- Sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu

Vocabulaire :



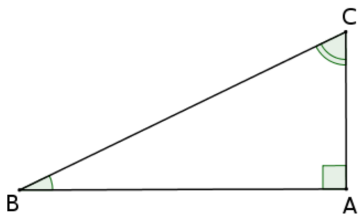
Propriété :

Pour tout triangle rectangle, les quotients de deux côtés ne dépendent que des angles aigus de ce triangle.

- Le **sinus** d'un angle aigu est égal au quotient du côté opposé par l'hypoténuse.
- Le **cosinus** d'un angle aigu est égal au quotient du côté adjacent par l'hypoténuse.
- La **tangente** d'un angle aigu est égal au quotient du côté opposé par le côté adjacent.

Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle en A.



$\sin(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{BC}$ $\qquad$ $\sin(\widehat{ACB}) = \dfrac{AB}{BC}$

$\cos(\widehat{ABC}) = \dfrac{AB}{BC}$ $\qquad$ $\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{AC}{BC}$

$\tan(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{AB}$ $\qquad$ $\tan(\widehat{ACB}) = \dfrac{AB}{AC}$

Utilisation de la calculatrice :

1er cas : on connaît l'angle

- cos(57°) ≈ 0,544 (arrondi au millième)
- sin(57°) ≈ 0,839 (arrondi au millième)
- tan(57°) ≈ 1,540 (arrondi au millième)

2ème cas : on connaît le cosinus (ou sinus, ou tangente)

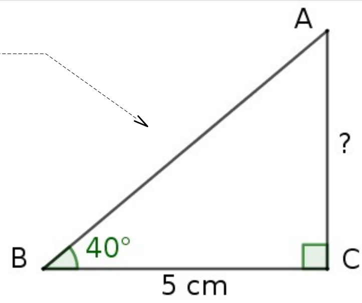
- $\cos(\widehat{ABC}) = 0,8$ donc $\widehat{ABC}$ = Acos(0,8) ≈ 37° (à l'unité)
- $\sin(\widehat{ABC}) = 0,8$ donc $\widehat{ABC}$ = Asin(0,8) ≈ 53° (à l'unité)
- $\tan(\widehat{ABC}) = 0,8$ donc $\widehat{ABC}$ = Atan(0,8) ≈ 39° (à l'unité)

2- Calcul de longueur

Exemples :

• Soit ABC un triangle rectangle en C avec $\widehat{ABC}$ = 40° et BC = 5 cm.
Calculer AC.

Faire un schéma !



ABC est rectangle en C

donc $\tan(\widehat{ABC}) = \dfrac{AC}{BC}$

ce qui donne : $\tan(40°) = \dfrac{AC}{5 \text{ cm}}$

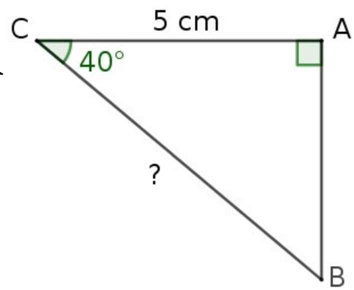
donc AC = 5 cm × tan(40°)

avec la calculatrice, on obtient :

AC ≈ 5 cm × 0,839 ≈ 4,2 cm (arrondi au dixième)

• Soit ABC un triangle rectangle en A avec $\widehat{ACB}$ = 40° et AC = 5 cm.
Calculer BC

Faire un schéma !



ABC est rectangle en A

donc $\cos(\widehat{ACB}) = \dfrac{AC}{BC}$

ce qui donne : $\cos(40°) = \dfrac{5 \text{ cm}}{BC}$

donc $BC = \dfrac{5 \text{ cm}}{\cos(40°)}$

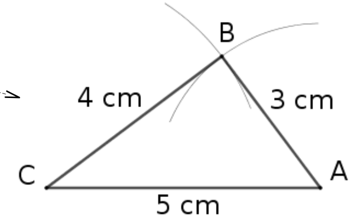
avec la calculatrice, on obtient : $BC \approx \dfrac{5 \text{ cm}}{0{,}766}$ ≈ 6,5 cm (arrondi au dixième)

3- Calcul d'angle

Exemple :

• Soit un triangle ABC tel que AB = 3 cm, BC = 4 cm et CA = 5 cm.
Calculer une valeur approchée à l'unité de l'angle $\widehat{ACB}$.

Faire un schéma !



Calculons les carrés des côtés :

$AB^2 = (3cm)^2 = 9\ cm^2$

$BC^2 = (4\ cm)^2 = 16\ cm^2$

$CA^2 = (5\ cm)^2 = 25\ cm^2$

ainsi, $AB^2 + BC^2 = 9\ cm^2 + 16\ cm^2 = 25\ cm^2$

il en résulte que $AB^2 + BC^2 = CA^2$

donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

ABC est rectangle en B

donc $\sin(\widehat{ACB}) = \dfrac{AB}{AC}$ (*voir la remarque ci-dessous*)

ce qui donne : $\sin(\widehat{ACB}) = \dfrac{3\ cm}{5\ cm} = \dfrac{3}{5} = 0,6$

on connaît le sinus de l'angle : la fonction réciproque Asin permet d'obtenir l'angle.

donc $\widehat{ACB} = \text{Asin}(0,6)$

La calculatrice donne une valeur approchée : $\widehat{ACB} \approx 37°$ (arrondi à l'unité)

Remarque :

comme on connaît les 3 côtés du triangle rectangle, on aurait pu utiliser le cosinus ou la tangente de $\widehat{ACB}$ pour calculer cet angle à l'aide de leurs fonctions réciproques Acos et Atan respectivement.