Ch 8

FONCTIONS LINÉAIRES

Sommaire

0- Objectifs
1- Proportionnalité et fonction linéaire
2- Représentation graphique
3- Exemples de calculs

0- Objectifs

• Déterminer par le calcul l'image d'un nombre donné et l'antécédent d'un nombre donné.

• Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image.

• Représenter graphiquement une fonction linéaire.

• Connaître et utiliser la relation $y = ax$ entre les coordonnées (x,y) d'un point M qui est caractéristique de son appartenance à la droite représentative de la fonction linéaire $x \mapsto ax$.

• Lire et interpréter graphiquement le coefficient d'une fonction linéaire représentée par une droite.

1- Proportionnalité et fonction linéaire

Définition :

Une fonction f est une fonction linéaire de coefficient directeur a quand son expression algébrique est f(x) = a x.
On a donc f: x ⟼ a x

Exemples

• Soit la fonction f : $x \longmapsto 3x$. Quelle est la nature de f ?
Déterminer les images de 0, 2, 5, 7 et 10 par f.

On a f(x) = $3x$
donc f est de la forme f(x) = ax avec a = 3
donc f est la fonction linéaire de coefficient directeur 3.

On a f(0)=3×0=0, f(2)=3×2=6, f(5)=3×5=15, f(7)=3×7=21, f(10)=3×10=30
donc les images des nombres 0, 2, 5, 7 et 10 par f sont, respectivement, les nombres 0, 6, 15, 21 et 30.

• Soit la fonction g telle que g(x) = −0,5x. Quelle est la nature de g ?
Déterminer l'image de 3 par g et l'antécédent de 4 par g.

g est de la forme g(x) = ax avec a = −0,5
donc g est la fonction linéaire de coefficient directeur −0,5.

→ g(3)=−0,5×3=−1,5
donc l'image de 3 par g est le nombre −1,5.

→ cherchons x tel que g(x)=4, c'est-à-dire tel que −0,5x =4
donc x =4÷(−0,5)=−8
L'antécédent du nombre 4 par g est le nombre −8.

Remarque

Une fonction linéaire traduit une situation de proportionnalité (voir l'activité 1 page 99).

2- Représentation graphique

Propriété :

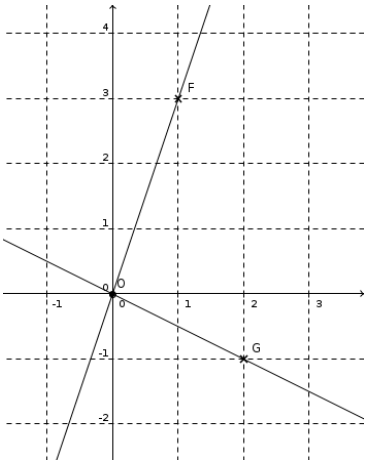
La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

Exemples

• Représenter graphiquement les fonctions f et g ci-dessus.

Les deux fonctions f et g précédentes sont linéaires donc elles ont pour représentations graphiques des droites qui passent par l'origine O.

Il suffit donc de calculer les coordonnées d'un autre point pour chaque droite : on calcule l'image d'un nombre par f et par g.



f(1) = 3×1 = 3
Le point F(1;3) est sur la représentation de f.
On trace la droite (OF) qui est la représentation graphique de f.

g(2) = −0,5×2 = −1
Le point G(2;−1) est sur la représentation de g.
On trace la droite (OG) qui est la représentation graphique de g.

Remarques :

Pour la fonction f :

→ en partant du point O, on avance horizontalement de 1 unité puis on monte verticalement de 3 unités pour arriver au point F

$\frac{3}{1}$ = 3 est le coefficient directeur $\frac{3}{1}$

Pour la fonction g :

→ en partant du point O, on avance horizontalement de 2 unités puis on descend verticalement de 1 unité pour arriver au point G

$\frac{-1}{2}$ = −0,5 est le coefficient directeur

3- Exemples de calculs

Exemple 1 : on connaît l'image d'un nombre par une fonction linéaire

• Déterminer la fonction linéaire f telle que f(2) = 7

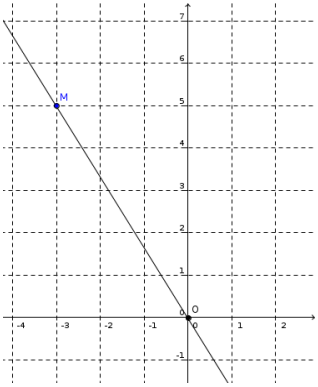
f est une fonction linéaire donc son expression algébrique est f(x) = ax où a est le coefficient de cette fonction linéaire.
On a donc f(2) = a×2 et on sait que f(2) = 7
d'où 2a = 7 et donc $a = \frac{7}{2}$ = 3,5

f est donc la fonction linéaire de coefficient 3,5.

Exemple 2 : on connaît un point de la représentation graphique

• Déterminer la fonction linéaire g dont la représentation graphique passe par le point de coordonnées M(−3;5).

g est une fonction linéaire donc son expression algébrique est de la forme g(x) = ax où a est le coefficient directeur.



graphiquement, en partant de M, on avance horizontalement de 3 unités et on descend verticalement de 5 unités
donc $a = \frac{-5}{3}$

On vérifie par le calcul que g(−3) = 5
en effet, g(−3) = $\frac{-5}{3}$ ×(−3) = 5

g est donc la fonction linéaire de coefficient directeur $-\frac{5}{3}$