

Activité découverte :

Un nouveau virus informatique est détecté ; il se nomme « Puis Sens Disse », nom de code : PS10. Ce virus envahit un secteur du disque dur et le rend inutilisable. Au bout d'une heure, PS10 a infecté dix nouveaux secteurs, et ainsi de suite : durant chaque heure suivante, chaque secteur contamine dix nouveaux secteurs sains.

1) Combien de secteur sont contaminés :



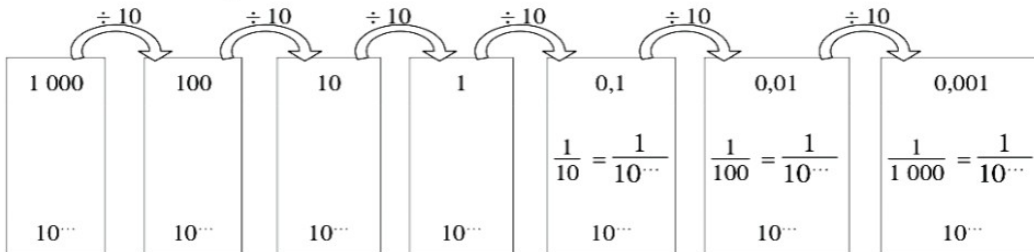
- durant la 2^{ème} heure ?=.....
- durant la 3^{ème} heure ?=.....
- durant la 5^{ème} heure ?=.....

2) L'ordinateur est contaminé depuis 8 heures. Sur l'écran, on peut lire : «10⁸ secteurs détruits durant la 8^{ème} heure». Pourquoi a-t-on cette notation 10⁸ ?

Donne l'écriture de ce nombre : 10⁸ =

3) Cent mille millions de secteurs viennent d'être contaminés. Quel message peut-on lire à l'écran ?

4) Grâce à un antivirus « TuMaTiX », PS10 devient moins virulent. Il infecte 10 fois moins de secteurs d'heure en heure. Complète la suite suivante :



Chapitre 5 : Les puissances

Taille de l'univers (ordre de grandeur) : 1 000 000 000 000 000 000 000 000 m

Taille du noyau atomique (ordre de grandeur) : 0,000 000 000 000 001 m

Peu pratique non ?

I. Les puissances de 10

1) Puissance d'exposant positif

Définition 1 : Soit n un entier supérieur ou égal à 2.

$$10^n = 10 \times 10 \times \dots \times 10 \text{ (n fois)}$$

10ⁿ est le produit de n facteurs tous égaux à 10.

10ⁿ est une puissance de 10 et se lit : « 10 exposant n », ou encore « 10 puissance n ».

Exemples : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ (3 fois)}$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

Exercice : écrire la taille de l'univers sous la forme d'une puissance de 10.

Cas particuliers :

Si $n=2$, on dit que 10^2 est le « carré » de 10, se lit « dix au carré ».

Si $n=3$, on dit que 10^3 est le « cube » de 10, se lit « dix au cube ».

NOMBRE	ECRITURE DEVELOPPEE	EXPOSANT
10^4	$10 \times 10 \times 10 \times 10$	4
10^3	$10 \times 10 \times 10$	3
10^2	10×10	2
10^1	10	1
10^0	1	0
10^{-1}	$\frac{1}{10}$	-1
10^{-2}	$\frac{1}{10 \times 10}$	-2
.....etcetcetc

Remarques :

$10^1 = 10$ et $10^0 = 1$

Multiplication par une puissance entière positive de 10 :

Lorsqu'on multiplie un nombre en écriture décimale par 10^n , on décale la virgule de n rangs vers la droite.

Exemple: Donne l'écriture décimale du nombre $208,641 \times 10^2$.

$208,641 \times 10^2 = 20864,1$

2) Puissance d'exposant négatif

Définition 2: Soit n un entier positif.

On définit le nombre 10^{-n} de la façon suivante :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Exemple : Donner l'écriture décimale du nombres suivant :

$$- 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Multiplication par une puissance entière négative de 10 :

Lorsqu'on multiplie un nombre en écriture décimale par 10^n , on décale la virgule de n rangs vers la gauche.

Exemple: Donne l'écriture décimale du nombre $37,1 \times 10^{-3}$.

$$37,1 \times 10^{-3} = 0,0371$$

3) Propriétés de calcul sur les puissances de 10

<u>Propriété 1 (admise) : produit de puissances</u>	<u>Propriété 2 (admise) : puissance de puissance</u>	<u>Propriété 3 (admise) : quotient de puissances</u>
Soit m et n deux entiers relatifs. $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$	Soit m et n deux entiers relatifs. $(10^m)^n = 10^{m \times n}$	Soit m et n deux entiers relatifs. $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$
<u>Exemples :</u> $10^5 \times 10^3 = 10^5 + 10^3 + 10^8$ $10^{-7} \times 10^5 = 10^{-7} + 10^5 = 10^{-2}$	<u>Exemples :</u> $(10^5)^3 = 10^{5 \times 3} = 10^{15}$ $(10^{-2})^3 = 10^{-2 \times 3} = 10^{-6}$	<u>Exemples :</u> $\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$ $\frac{10^5}{10^{-2}} = 10^{5-(-2)} = 10^{5+2} = 10^7$
<i>Exercice : 1 page 33</i>	<i>Exercice : 5 page 33</i>	<i>Exercice : 3 page 33</i>

ATTENTION : Il n'y a pas de règle avec l'addition ou la soustraction !

Exemples : Donne l'écriture décimale des nombres $F = 10^3 + 10^2$ et $G = 10^{-2} - 10^{-3}$.

$$F = 10^3 + 10^2 = \dots\dots\dots$$

$$G = 10^{-2} - 10^{-3} = \dots\dots\dots$$

Remarque : (règle de priorité)

En l'absence de parenthèses, on calcule d'abord les puissances avant d'effectuer les autres opérations (+, -, x et ÷)

En présence de parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

4) Puissances de 10 et préfixes (à connaître)

* (1 milliardième)

Préfixe	giga	méga	kilo	hecto	déca	unité	déci	centi	milli	micro	nano
Symbole	G	M	k	h	da		d	c	m	μ	n
10^n	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	$10^0 = 1$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}
	milliard	million	mille	cent	dix		dixième	centième	millième	millionième	*

II. Ecriture scientifique

Définition : Un nombre positif est écrit en **notation scientifique** lorsqu'il est écrit sous la forme $a \times 10^n$; avec $1 \leq a < 10$ et n étant un entier relatif.

Exemple : écris le nombre A = 6430 en notation scientifique

$$A = 6430$$

$$A = 6,43 \times 10^3$$

Exercices : fiche

III. Puissances entières d'un nombre

1) Puissance d'exposant positif

Définition : Quels que soient le nombre a et l'entier n supérieur ou égal à 2 :

$$a^n = a \times a \times \dots \times a$$

a^n est le produit de n facteurs tous égaux à a.

a^n est une puissance de a et se lit : « a exposant n », ou encore « a puissance n ».

Exemples : Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

2) Puissance d'exposant négatif

Définition : Quelque soit le nombre a **non nul** et l'entier n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \dots \times a}$$

a^{-n} est l'inverse de a^n .

Exemple : Donner l'écriture décimale du nombre suivant :

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$