# Chapitre 10 : Probabilités

## I. Expérience aléatoire

**Définitions :**

Une **expérience aléatoire** est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat. Elle dépend uniquement du hasard.

Les résultats possibles de cette expérience sont les **issues.**

**Exemple 1 :**

Les issues du lancer d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 et 6.

**Définition :**

On appelle **événement** une condition qui peut être réalisée (ou non) lors d'une expérience aléatoire.

**Exemple 2 :**

Lors du jet d'un dé à six faces, l'évènement : « le nombre sorti est compris entre 2 et 4 » est est réalisé par les **trois issues** : « le 2 est sorti » ; « le 3 est sorti » et « le 4 est sorti ».

**Définitions :**

-Un événement qui ne peut être réalisé que par une seule issue est un **événement élémentaire.**

-Un événement qui ne peut pas être réalisé est un **événement impossible**: aucune issue ne le réalise.

-Un événement toujours réalisé est un **évènement certain**: toutes les issues le réalisent.

-Deux événements qui ne peuvent pas se produire en même temps sont dits **incompatibles.**

**-L'événement contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé. On note $\overline{A}$ (on le lit « A barre » ).

**Exemples 3 :**

Je lance un dé à 6 six faces équilibré, on a :

L'évènement A: «J'obtiens un 2» est un <u>événement élémentaire</u>.

L'évènement B: «J'obtiens un 7» est un <u>événement impossible</u>.

L'évènement C: «J'obtiens un nombre compris entre 1 et 6» est un <u>événement certain</u>.

On note l'évènement D: «J'obtiens un nombre pair» et E: «J'obtiens un nombre impair».

Les événements A et E sont <u>incompatibles</u>, ils ne peuvent pas se produire en même temps.

Les événements D et E sont <u>contraires</u>. En effet : si ce n'est pas D qui se produit, c'est obligatoirement E qui se produit, et réciproquement.

## II. Notion de probabilité

**Définition:**

Si on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une «fréquence théorique» appelée **probabilité** de cet événement.

La probabilité d'un événement A représente la **«proportion de chances»** que l'événement se réalise lors d'une expérience aléatoire. Cette probabilité se note **p(A)**.

**Exemple 1 :** chaque élève lance 100 fois un dé à six faces et note les effectifs d'apparition de chaque face dans le tableau:

| Faces | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 20 | 14 | 10 | 22 | 16 | 18 | 100 |

On regroupe ensuite l'ensemble des résultats de la classe dans un même tableau puis on calcule les fréquences d'apparition de chaque face.

| Faces | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectifs | 434 | 456 | 443 | 459 | 435 | 473 | 2700 |
| Fréquences | 16,1 % | 16,9 % | 16,9 % | 17 % | 16,1 % | 17,5 % | 100 % |

Les fréquences d'apparitions sont très proches les unes des autres.

Théoriquement, il y a autant de chance d'obtenir un 1, un 2 , un .....ou un 6.

En effectuant un nombre encore plus grand de lancers, les fréquences se rapprocheraient les unes des autres de façon encore plus évidente.

**Définition:**

Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont **équiprobables**.

**Exemple:** obtenir 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6 est une **situation d'équiprobabilité.**

**Propriété (admise):** On réalise une expérience aléatoire où toutes les issues équiprobables. Alors pour tout évènement A, on a :

$$P(A)=\frac{nombre\, d\,'issues\, favorables\, à\, A}{nombre\, total\, d\,'issues}$$

**Exemple:**

Un sac contient 5 boules noires, 3 grises et 1 blanche.

On tire au hasard une boule du sac. On note les évènements

N: "On tire une boule noire",

G: "On tire une boule grise" et

B: "On tire une boule blanche".

*Quelle est la probabilité de chaque événement ?*

Nombre total d'issues : 9, car il y a 9 boule en tous.

On a :

$P(N)=\frac{5}{9}$ $\qquad$ $P(G)=\frac{3}{9}$ $\qquad$ $P(B)=\frac{1}{9}$

**Propriétés (admises) :**

1) Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

**Exemple:** la probabilité d'obtenir le nombre 2 en lançant un dé est de :

$P(\text{« } obtenir\, 2 \text{ »}) = \frac{1}{6}$

2) La somme des probabilités d'obtenir chaque issue est égale à 1.

**Exemple:** Soit l'évènement A «obtenir les nombres 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6 » est de :

$$P(A) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$$

3) La probabilité d'un événement impossible est égale à 0 et la probabilité d'un événement certain est égale à 1.

4) La somme des probabilités d'un événement A et de son contraire A est égale à 1.

**Exemple:** Soit A l'événement «obtenir un nombre pair» ;son évènement contraire est «obtenir un nombre impair». On a P(A) + P( $\overline{A}$ ) = 1

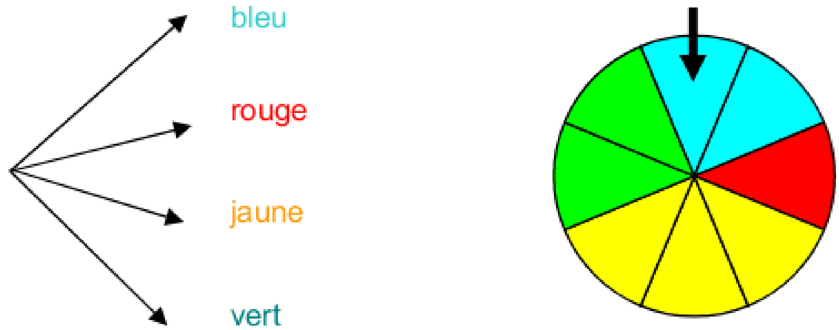
**Remarque :** d'après 4), on a que : la probabilité de l'événement contraire d'un événement A est : **P( $\overline{A}$ ) = 1 - P(A)**

## III. Méthode de calcul de probabilité

### 1) Arbre des possibles

**Exemple :**

Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles. On le schématise sur l'arbre
possibles :




L'arbre des possibles permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

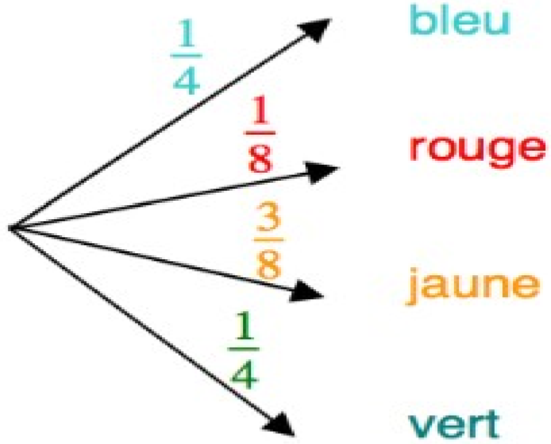
### 2) Probabilité

**Exemple:**

2 secteurs sur 8 sont de couleur bleue. Lors d'une expérience aléatoire, il y a donc 2 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur bleue.

On dit que la probabilité d'obtenir un secteur bleu est égale à $\frac{2}{8}$ soit $\frac{1}{4}$ .

On inscrit sur l'arbre des possibles les probabilités des différentes issues.

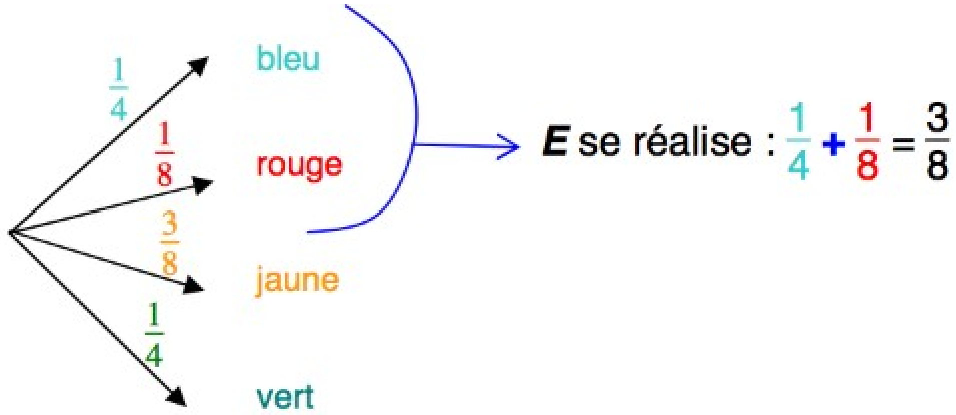


## 3) Évènement

**Exemple:**

Soit l'événement E : «La roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge».

On pourrait se demander *quelle est la probabilité que cet événement se réalise?*




On dit que la probabilité que l'événement E se réalise et est égale à $\frac{3}{8}$ et on note donc :

$P(E)=\frac{3}{8}$