

Chapitre 12 : Équations

I. Notion d'équation

Définition : Une **équation** est une égalité dans laquelle figurent un ou plusieurs nombres inconnus, désignés le plus souvent par des lettres.

Exemple L'égalité $3x + 2 = 5x - 4$ est une équation à une **inconnue** x .

Membre de gauche

$$3x + 2 = 5x - 4$$

Membre de droite

Définitions:

Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie.

Résoudre une équation c'est de chercher et de trouver toutes ses solutions.

Exemple Le nombre **3** est solution de l'équation $3x + 2 = 5x - 4$. En effet :

- On calcule le membre de gauche pour $x = 3$: $3 \times 3 + 2 = 9 + 2 = 11$
- On calcule le membre de droite pour $x = 3$: $5 \times 3 - 4 = 15 - 4 = 11$

On obtient le même résultat dans chaque membre.

II. Égalités et opérations

Propriété 1 (admise) : Lorsqu'on additionne (ou soustrait) un même nombre **à chaque membre** (droite et gauche) d'une égalité, on obtient une autre égalité.

Propriété 2 (admise) : Lorsqu'on multiplie (ou divise) **un même nombre non nul** chaque membre d'une égalité, on obtient une autre égalité.

Exemples • Si t est un nombre tel que :

$$t - 7 = 3$$

alors $t - 7 + 7 = 3 + 7$

et $t = 10$

On ajoute 7 à chaque membre.

• Si x est un nombre tel que :

$$\frac{x}{3} = 4$$

alors $\frac{x}{3} \times 3 = 4 \times 3$

et $x = 12$

On multiplie par 3 chaque membre.

III. Résoudre une équation du 1^{er} degré

Une équation de la forme $ax+b=cx+d$ (avec a, b, c, d nombres donnés, $a \neq 0$ ou $c \neq 0$) est dite **du 1^{er} degré à une inconnue, x** .

Exemple Résolution de l'équation $5x - 4 = 3x + 10$

① On applique les règles du paragraphe ②

pour :

• regrouper tous les termes « en x » dans un membre de l'équation,

• regrouper tous les termes « sans x » dans l'autre membre de l'équation,

• calculer la valeur de x .

② On vérifie que cette valeur est bien solution de l'équation initiale.

③ On conclut.

$$5x - 4 = 3x + 10$$

$$5x - 4 - 3x = 3x + 10 - 3x$$

$$2x - 4 = 10$$

$$2x - 4 + 4 = 10 + 4$$

$$2x = 14$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{14}{2}$$

$$x = 7$$

On soustrait $3x$ à chaque membre.

On ajoute 4 à chaque membre.

On divise par 2 chaque membre.

$$\bullet 5 \times 7 - 4 = 35 - 4 = 31$$

$$\bullet 3 \times 7 + 10 = 21 + 10 = 31$$

7 est la solution de l'équation $5x - 4 = 3x + 10$.