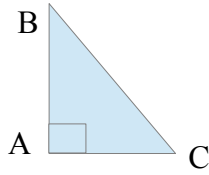


## Chapitre 2 : Théorème de Pythagore et sa réciproque

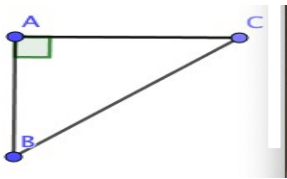
Rappel :



ABC est un triangle rectangle en A.  
[BC] est l'hypoténuse.  
C'est le plus grand côté ( le côté opposé à l'angle droit)

### I/ Théorème de Pythagore (démontrée)

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.



ABC est rectangle en A d'hypoténuse [BC] donc d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

#### A. Calculer une longueur d'un triangle rectangle à l'aide du théorème du Pythagore

##### Exemple 1 : Le côté à calculer est l'hypoténuse

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que  $AB = 12 \text{ cm}$  et  $AC = 9 \text{ cm}$  . **Calcule BC.**

On sait que ABC est rectangle en A donc d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$BC^2 = 9^2 + 12^2$$

$$BC^2 = 81 + 144$$

$$BC^2 = 225$$

$$BC = \sqrt{225} \quad (\text{pour obtenir BC, je tape sur ma calculatrice « 2nd » puis « } \sqrt{\text{ »})$$

$$BC = 15 \text{ cm}$$

##### Exemple 2 : Le côté à calculer n'est pas l'hypoténuse

Soit DEF un triangle rectangle en D tel que  $EF = 37 \text{ mm}$  et  $DE = 12 \text{ mm}$  . **Calcule DF.**

On sait que DEF est rectangle en D donc d'après le théorème de Pythagore :

$$EF^2 = DF^2 + DE^2$$

$$37^2 = DF^2 + 12^2$$

$$1369 = DF^2 + 144 \quad ***$$

$$DF^2 = 1369 - 144$$

$$DF^2 = 1225$$

$$DF = \sqrt{1225}$$

$$DF = 25 \text{ mm}$$

\*\*\*Exemple simple :

$$3 = \text{quelquechose} + 1$$

Que vaut ce **quelquechose** ?

$$\text{quelquechose} = 3 - 1$$

$$\text{Donc : quelquechose} = 2$$

## B. Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Exemple 3 : Soit IJK un triangle tel que  $IJ = 5 \text{ cm}$  ,  $JK = 8 \text{ cm}$  et  $IK = 9 \text{ cm}$  . **Montrer que le triangle IJK n'est pas rectangle.**

Le côté le plus long est [IK].

$$\text{D'une part : } IK^2 = 9^2 = 81$$

$$\text{D'autre part : } IJ^2 + JK^2 = 5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89$$

$$\text{Donc : } IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$$

Donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle IJK n'est pas rectangle.

## **II/ Réciproque du théorème de Pythagore (admise)**

Si dans un triangle, le carré de la longueur du plus grand côté est égal à la somme des longueurs des carrés des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle d'hypoténuse ce plus grand côté.

Exemple 4 : Soit ABC un triangle tel que  $AB = 5 \text{ cm}$  ,  $AC = 12 \text{ cm}$  et  $BC = 13 \text{ cm}$  .

**Montrer que le triangle ABC est rectangle et préciser en quel point.**

Le côté le plus long est [BC].

$$\text{D'une part : } BC^2 = 13^2 = 169$$

$$\text{D'autre part : } AB^2 + AC^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$

$$\text{Donc : } BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

### **Carrés à connaître :**

$$11^2 = 121 \quad \text{donc} \quad \sqrt{121} = 11$$

$$12^2 = 144 \quad \text{donc} \quad \sqrt{144} = 12$$

$$13^2 = 169 \quad \text{donc} \quad \sqrt{169} = 13$$

$$14^2 = 196 \quad \text{donc} \quad \sqrt{196} = 14$$

$$15^2 = 225 \quad \text{donc} \quad \sqrt{225} = 15$$