

Chapitre 7 : Calcul littéral

I. Simplification d'une expression littérale

Convention : Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le symbole \times devant une lettre ou une parenthèse.

Remarque : On ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres.

Exemple : Simplifie l'expression suivante : $A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2)$.

$$A = -5 \times x + 7 \times (-4) \times (3 \times x - 2) \quad \longrightarrow \quad \text{On repère tous les signes } \times .$$

$$A = -5x + 7 \times (-4)(3x - 2) \quad \longrightarrow \quad \text{On supprime les signes } \times \text{ placés devant une lettre ou une parenthèse.}$$

$$A = -5x - 28(3x - 2) \quad \longrightarrow \quad \text{On calcule si possible.}$$

Propriété (admise) : L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de chacun des termes.

Exemple 1 : Quel est l'opposé de la somme algébrique $a + b - 2ab$?

$$\text{L'opposé de } a + b - 2ab \text{ est } -(a + b - 2ab) = -a + (-b) + 2ab = -a - b + 2ab.$$

Remarque : Cette propriété permet de supprimer des parenthèses précédées d'un signe « - » dans une expression.

Exemple 2 : Supprime les parenthèses dans l'expression $B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4)$.

$$B = 3x - (-2x^2 - 5xy + 4) \quad \longrightarrow \quad \text{On additionne les } \textbf{opposés} .$$

$$B = 3x + (+2x^2) + (+5xy) + (-4)$$

$$B = 3x + 2x^2 + 5xy - 4 \quad \longrightarrow \quad \text{On simplifie l'expression.}$$

II. Développement

Rappel (définition): Une **somme algébrique** est une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs.

Définition : Développer une expression, c'est **transformer un produit en une somme algébrique**.

1) Distributivité simple

Propriété (admise) :

$$k \times (a+b) = k \times a + k \times b$$

Pour tous nombres relatifs k , a et b :

$$k \times (a-b) = k \times a - k \times b$$

Exemple : Développe l'expression suivante : $C = -3,5(x - 2)$.

$$C = -3,5 \times (x - 2) \quad \longrightarrow \quad \text{On remplace le signe } \times \text{ dans l'expression.}$$

$$C = (-3,5) \times x + (-3,5) \times (-2) \quad \longrightarrow \quad \text{On distribue le facteur } -3,5 \text{ aux termes } x \text{ et } -2.$$

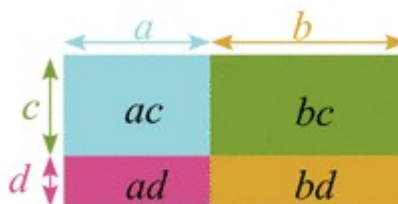
$$C = -3,5x + 7 \quad \longrightarrow \quad \text{On calcule et on simplifie l'expression.}$$

2) Double distributivité

Propriété (admise) :

Pour tous nombres relatifs k , a et b :

$$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$



Exemple : Développe et simplifie l'expression suivante : $D = (3x + 1)(y - 4)$.

$$D = (3x + 1)(y + (-4)). \quad \longrightarrow \quad \text{On transforme la soustraction.}$$

$$D = 3x \times y + 3x \times (-4) + 1 \times y + 1 \times (-4) \quad \longrightarrow \quad \text{On applique la double distributivité.}$$

$$D = 3xy - 12x + y - 4 \quad \longrightarrow \quad \text{On calcule les produits et on simplifie.}$$

III. Factorisation et réduction

1) Factorisation

Définition : Factoriser une expression, c'est transformer une somme algébrique en produit.

Propriété (admise) :

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

Pour tous nombres relatifs k , a et b :

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

Exemple : Factorise les expressions suivantes : $E = 14a - 7b$ puis $F = -x^2 + 3x$.

Cas où le facteur commun est un nombre :

$$E = 7 \times 2a - 7 \times b \quad \longrightarrow \quad \text{On met en évidence le facteur commun : } 7$$

$$E = 7 \times (2a - b) \quad \longrightarrow \quad \text{On met en facteur le nombre } 7 \text{ puis on regroupe les facteurs restants.}$$

Cas où le facteur commun est une lettre :

$$F = (-x) \times x + 3 \times x \quad \longrightarrow \quad \text{On replace les signes } \times \text{ sous-entendus dans l'expression et on repère le facteur commun : } x.$$

$$F = x(-x + 3) \quad \longrightarrow \quad \text{On met en facteur } x \text{ puis on regroupe les facteurs restants.}$$

2) Réduction

Définition : Réduire une somme algébrique, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Exemple 1 : Réduis l'expression : $G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$.

$$G = 5x^2 + 3x - 4 - 2x^2 + 3 + 2x \quad \longrightarrow \quad \text{On supprime les parenthèses.}$$

$$G = 5x^2 - 2x^2 + 3x + 2x - 4 + 3 \quad \longrightarrow \quad \text{On regroupe les termes.}$$

$$G = (5 - 2)x^2 + (3 + 2)x - 1 \quad \longrightarrow \quad \text{On factorise les termes en } x \text{ et en } x^2.$$

$$G = 3x^2 + 5x - 1 \quad \longrightarrow \quad \text{On simplifie.}$$

Exemple 2 : Développe et réduis l'expression : $H = 7x(x - 6) + (3x - 2)(4x + 5)$.

$$H = 7x(x - 6) + (3x - 2)(4x + 5) \quad \longrightarrow \quad \text{On développe.}$$

$$H = 7x \times x - 7x \times 6 + (3x \times 4x + 3x \times 5 - 2 \times 4x - 2 \times 5)$$

$$H = 7x^2 - 42x + 12x^2 + 15x - 8x - 10 \quad \longrightarrow \quad \text{On supprime les parenthèses.}$$

$$H = 7x^2 + 12x^2 - 42x + 15x - 8x - 10 \quad \longrightarrow \quad \text{On regroupe les termes en } x \text{ et en } x^2.$$

$$H = (7 + 12)x^2 + (-42 + 15 - 8)x - 10$$

$$H = 19x^2 - 35x - 10 \quad \longrightarrow \quad \text{On simplifie en ordonnant.}$$