Chapitre ...

Approche fréquentiste et probabilités

I) Expérience aléatoire et vocabulaire

Définitions :

Une expérience aléatoire est une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat. Elle dépend uniquement du hasard. Les résultats possibles de cette expérience sont les **issues.**

Exemple : Je lance un dé équilibré à 6 faces. Je regarde le chiffre au dessus.
Est-ce une expérience aléatoire ? Oui, car le dé est équilibré. Je ne peux pas prédire le résultat d'un lancer.
Quelles sont les issues possibles ? Les issues sont : 1; 2; 3; 4 ; 5 et 6

Définitions et vocabulaire :

On appelle événement une condition qui peut être réalisée (ou non) lors d'une expérience aléatoire.

- Un événement qui ne peut être réalisé que par une seule issue est un événement **élémentaire**
- Un événement qui ne peut pas être réalisé est un événement **impossible** : aucune issue ne le réalise.
- Un événement toujours réalisé est un **certain** : toutes les issues le réalisent.
- Deux événements qui ne peuvent pas se produire en même temps sont dits **incompatibles.**
- L'événement **contraire** d'un événement A est celui qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé. On note $\overline{A}$

Exemples: Je lance un dé cubique équilibré

A : « J'obtiens un 2 » est un événement élémentaire
B : « J'obtiens un 7 » est un événement impossible
C : « J'obtiens un nombre compris entre 1 et 6 » est un événement certain
D : « J'obtiens un nombre pair »
E : « J'obtiens un nombre impair »
Les événements A et E sont incompatibles
Les événements D et E sont contraires

II) Fréquence et notion de propabibilté

Définition: Si on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée probabilité de cet événement.

La probabilité d'un événement A représente la « proportion de chances » que l'événement se réalise lors d'une expérience aléatoire. Cette probabilité se note p(A).

Exemple : chaque élèves lance 100 fois un dé à six faces et note les effectifs d'apparition de chaque face dans le tableau :

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	20	14	10	22	16	18	100

On regroupe ensuite l'ensemble des résultats de la classe dans un même tableau puis on calcule les fréquences d'apparition de chaque face.

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	434	456	443	459	435	473	2700
Fréquences	16,1 %	16,9 %	16,9 %	17 %	16,1 %	17,5 %	100 %

Les fréquences d'apparitions sont très proches les unes des autres.

Théoriquement, il y a autant de chance d'obtenir un 1, un 2 , un .....ou un 6. En effectuant un nombre encore plus grand de lancers, les fréquences se rapprocheraient les unes des autres de façon encore plus évidente.

Définition: Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité on dit que les issues sont **équiprobables.**

Exemple : obtenir 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6 est une situation d'équiprobabilité

Propriété : On réalise une expérience aléatoire où toutes les issues équiprobables. Alors pour tout évènement A on a :

$$P(A) = \frac{nb\ de\ cas\ favorable\ à\ A}{nombre\ total\ de\ cas}$$

Exemple: Un sac contient 5 boules noires, 3 grises et 1 blanche. On tire au hasard une boule du sac.
N: "On tire une boule noire"
G: "On tire une boule grise"
B: "On tire une boule blanche"
Quelle est la probabilité de chaque événement ?
Nombre de cas total: 9, car il y a 9 boule en tous.

$$P(N) = \frac{5}{9} \quad P(G) = \frac{3}{9} \quad P(B) = \frac{1}{9}$$

Propriétés:

- Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1

Exemple : la probabilité d'obtenir le chiffre 2 en lançant un dé est de p(2)= 1/6

- La somme des probabilités d'obtenir chaque issue est égale à 1

Exemple : Soit l'évènement A « obtenir le chiffre 1;2 ;3 ;4 ;5 ; ou 6 » est de

$P(A) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$

- La probabilité d'un événement impossible est égale à 0

Exemple : Obtenir 7 en lançant un dé classique.

- La probabilité d'un événement certain est égale à 1

Exemple : Soit B l'événement « obtenir 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ou 6 » est $P(B)=1$

- La somme des probabilités d'un événement A et de son contraire A est égale à 1.

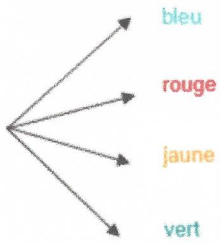
Exemple : Soit A l'événement « obtenir un nombre pair » ; son évènement contraire est « obtenir un nombre impair » ; On a $P(A) + P(\overline{A}) = 1$

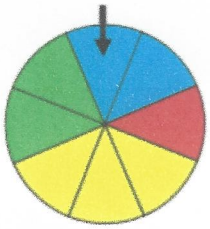
III) Schématisation et calculs

1) Arbre des possibles

Exemple :

Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles. On e schématise sur l'arbre des possibles :





L'arbre des possibles permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

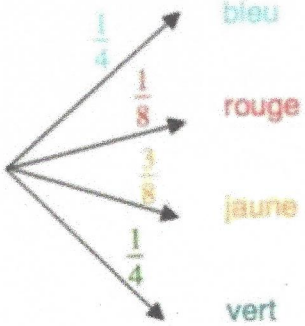
2) Probabilité

Exemple :

2 secteurs sur 8 sont de couleur bleue. Lors d'une experience aléatoire, il y a donc 2 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur bleue.

On dit que la probabilité d'obtenir un secteur bleu est égale à $\frac{2}{8}$ *soit* $\frac{1}{4}$

On inscrit sur l'arbre des possibles les probabilités des différentes issues.

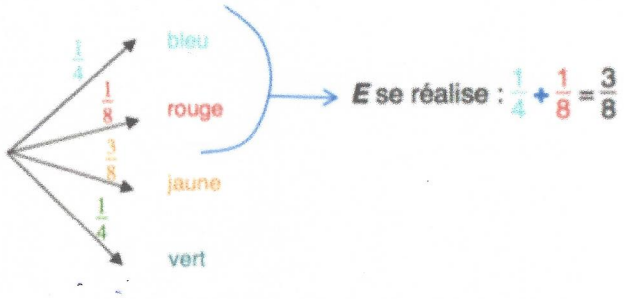


3) Evènement

Exemple :

Soit l'événement E « la roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge».

On pourrait se demander qu'elle est la probabilité que cet événement se réalise ?



On dit que la probabilité que l'événement E se réalise est égale à $\frac{3}{8}$ et on note :

$P(E)= \frac{3}{8}$

Un événement est constitué par plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

Méthode :

On considère l'expérience aléatoire suivante :

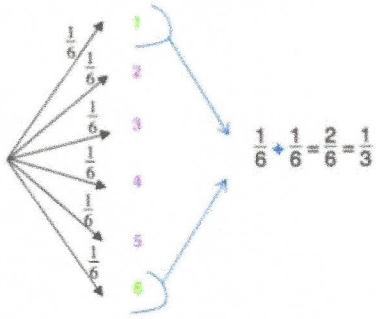
On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus. Soit E l'événement : « la face du dessus est un 1 ou un 6 »

Quelle est la probabilité que l'événement E se réalise ?

On construit un arbre des possibles de l'expérience aléatoire :

Chaque issue à la même probabilité : il y a une chance sur six de sortir un 1, un 2…ou un 6.

On dit qu'il y a équiprobabilité.



Ainsi $P(E) = \frac{1}{3}$

Il y a donc une chance sur trois d'obtenir un 1 ou un 6 en lançant un dé.