Chapitre 8 Fonctions linéaires

1. Proportionnalité et fonction linéaire

Activité d'introduction 1p99 transmath

Définition : a est un nombre donné. On appelle fonction linéaire de coefficient directeur a, la fonction qui, à tout nombre x, associe le nombre a x. On note cette fonction f : $x \rightarrow$ a x

Exemple : Dans chaque cas, dire si la fonction est linéaire. Si oui donner son coefficient directeur.

f : $x \mapsto$ - 5 x -> f est de la forme f(x) = a x avec a = 3 donc f est la fonction linéaire de coefficient directeur 3.

g : $x \mapsto$ - 5 x + 2 -> g n'est pas une fonction linéaire.

h : $x \mapsto \frac{x}{2}$ -> h est de la forme h(x) = a x avec a = $\frac{1}{2}$ donc h est la fonction linéaire de coefficient directeur $\frac{1}{2}$.

i : $x \mapsto x^2$ -> i n'est pas une fonction linéaire.

Propriétés (admises) : • L'image du nombre 0 par une fonction linéaire f est 0, c'est-à-dire f(0)= 0 • L'image du nombre 1 par la fonction f est a, c'est-à-dire f(1)= a. •Tout nombre admet un unique antécédent par une fonction linéaire de coefficient a≠0

Propriété (admise) : Toute situation de proportionnalité peut se traduire mathématiquement par une fonction linéaire dont le coefficient directeur est le coefficient de proportionnalité.

Exemple : Dire si le tableau ci-dessous peut être celui d'une fonction linéaire. Si oui donner son coefficient.

x	0	2	10
g(x)	0	5	25

On remarque que pour passer de la première ligne du tableau à la deuxième ligne on multiplie par 2,5 la première ligne. Donc g peut être la fonction linéaire de coefficient directeur égale au coefficient de proportionnalité soit 2,5.

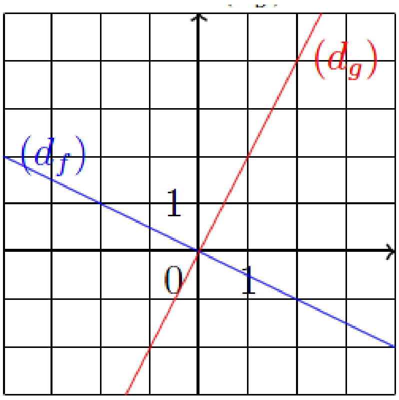
Exercices

2. Représentation graphique

Activité d'introduction

Propriété (admise): La représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient directeur a est une droite qui passe par l'origine du repère.

Exemple : Dans un repère, représenter graphiquement les fonctions f et g définies respectivement par : f(x)= $-\frac{x}{2}$ et g(x)= $2x$



f et g sont des fonctions linéaires, donc elles ont pour représentations graphiques des droites qui passent par l'origine O. Pour tracer ces droites, il suffit de calculer pour chaque fonction les coordonnées d'un autre point. Par exemple, on calcule f(1) = - 0,5 et g(1) = 2

Remarque :
- Si le coefficient directeur est positif alors la droite « monte ».
- Si le coefficient directeur est négatif alors la droite « descend ».

Exercices

3. Déterminer l'expression d'une fonction linéaire

Exemple 1 : Déterminer la fonction linéaire f telle que f(2)= -7.
-> f est une fonction linéaire donc son expression algébrique est f(x) = a x où a est le coefficient directeur.
On a donc f(2) = a×2 et on sait que f(2) = -7 d'où 2a = -7 et donc a = $-\frac{7}{2}$ = $-$ 3,5
Donc $-$ 3,5 est le coefficient directeur de f et on a f : $x \mapsto -3{,}5\ x$.

Exemple 2 : Déterminer la fonction linéaire g dont la représentation graphique passe par le point de coordonnées M(−3;5).
-> g est une fonction linéaire donc son expression algébrique est de la forme $g(x)$ = a x où a est le coefficient directeur.
On sait que M appartient à la droite représentant g donc g(-3) = 5
Donc -3a = 5 d'où a = $-\frac{5}{3}$.
Donc le coefficient directeur de g est $-\frac{5}{3}$ et on a g: $x \mapsto -\frac{5}{3}\ x$.
Exercices