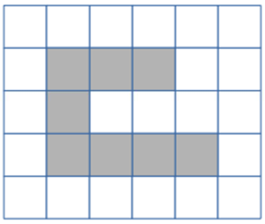
1) Périmètre et aire d'une figure

Définition : Le périmètre d'une figure est la mesure de la longueur de son contour, exprimée dans une unité de longueur donnée.

Définition : L'aire d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, exprimée dans une unité d'aire donnée.

Exemple : Quel est le périmètre et quelle est l'aire de la figure ci-dessous sachant que l'unité de longueur est la longueur d'un petit carré et l'unité d'aire est l'aire d'un petit carré ?



→ Périmètre =18 ; Aire = 8

Formulaire

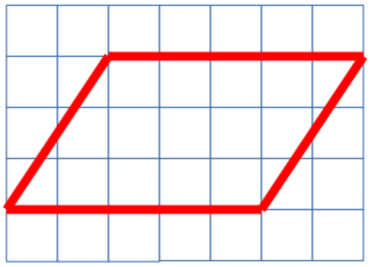
	Figure	**Périmètre *P***	**Aire *A***
Rectangle		$P = 2 \text{ x } (L + l)$	$A = L \text{ x } l$
Carré		$P = 4 \text{ x } c$	$A = c \text{ x } c = c^2$
Triangle rectangle		$P = a + b + c$	$A = \dfrac{a \times b}{2}$
Triangle quelconque		$P = a + b + c$	$A = \dfrac{c \times h}{2}$
Cercle - Disque		$P = 2 \times \pi \times r$ ou $P = \pi \times d$ avec $\pi \approx 3{,}14$	$A = \pi \times r \times r$

Remarque : Toutes les longueurs intervenant dans les calculs de périmètre ou d'aire doivent être exprimées dans une même unité de longueur.

Unités de longueur	km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Unités d'aire	km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	

Activité d'introduction : Comment décomposer le parallélogramme ci-dessous en figure dont on peut calculer l'aire ?

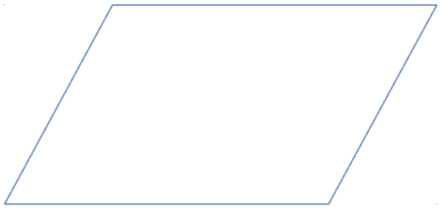


→ On trace une hauteur et on forme un rectangle par recollage.

Propose alors une formule donnant l'aire d'un parallélogramme. → Base x Hauteur

> Propriété (admise): L'aire d'un parallélogramme est égale au produit de la longueur d'un de ses côtés par la longueur de la hauteur relative à ce côté, toutes deux exprimées dans la même unité de longueur.

Exemple : Calcule l'aire du parallélogramme ci-dessous.



Exercices

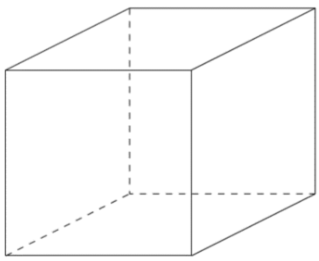
2) Perspective cavalière et patron d'un solide

> Définition : La perspective cavalière est une technique de dessin qui permet de représenter un solide sur une feuille papier. Elle permet donc de représenter, dans le plan, un objet de l'espace.

Quelques règles

Dans une représentation en perspective cavalière :

- Les droites parallèles sur le solide restent parallèles sur le dessin.
- Deux arrêtes parallèles et de même longueur sur le solide restent parallèles et de même longueur sur le dessin.
- Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
- Les faces qu'un observateur a face à lui (faces avant et arrière) sont représentées en vraies grandeurs ou à l'échelle sans déformation et les arêtes qui relient ces faces sont réduites.



> Définition : Un patron d'un solide est une figure du plan qui, par découpage et pliage, permet de fabriquer le solide.

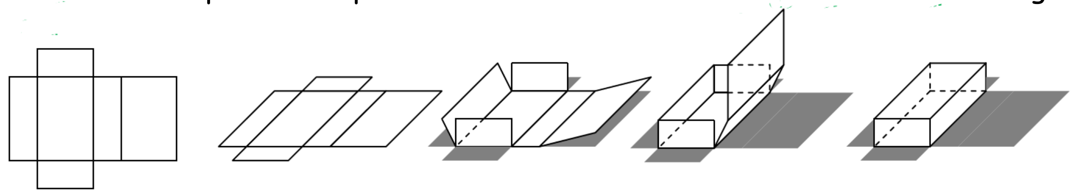
Remarque: Il existe parfois plusieurs patrons pour un même solide.

3) Solides de l'espace et volumes

• Parallélépipède rectangle

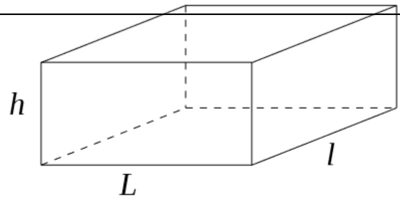
Définition : Un parallélépipède rectangle ou pavé droit est un solide dont toutes les faces sont rectangulaires.

Remarque. Le cube est un pavé droit particulier car toutes ses arrêtes ont la même longueur.



1. Le patron du pavé droit **2.** Le même patron en perspective cavalière. **3.** On découpe et on plie **4.** On colle les arêtes **5.** On obtient le pavé droit.

Propriété (admise) : Volume d'un parallélépipède rectangle
V= Largeur × longueur × hauteur
V= L x l x h



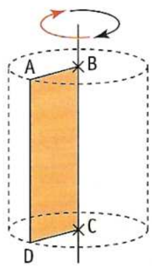
Exemple : Quel est le volume d'un pavé droit ayant pour dimensions 5 cm sur 7 cm sur 12 mm ?

→ 5 x 7 x 1,2 = 42 cm ^{3}

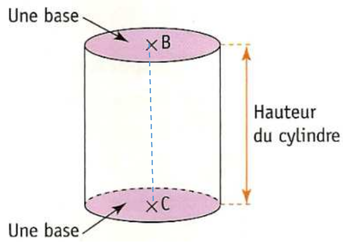
Remarque : Le volume d'un cube de côté c est donné par la formule $V = c^3$ ou $V=c\times c\times c$.

• Le cylindre

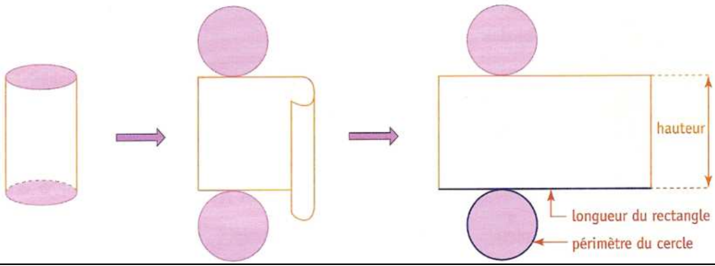
Définition : Un cylindre de révolution est le solide obtenu en faisant effectuer à un rectangle un tour autour d'un de ses côtés.



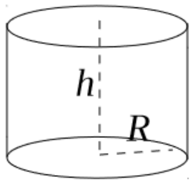
Propriété (admise): Un cylindre de révolution possède :
— deux faces parallèles qui sont des disques superposables : les bases;
— une surface courbe appelée face latérale.
La hauteur du cylindre est le segment reliant les centres de ses disques.



Propriété (admise) : Un patron d'un cylindre de révolution est constitué :
— de deux disques de même rayon;
— d'un rectangle ayant pour dimensions la hauteur du cylindre et le périmètre d'un disque de base.



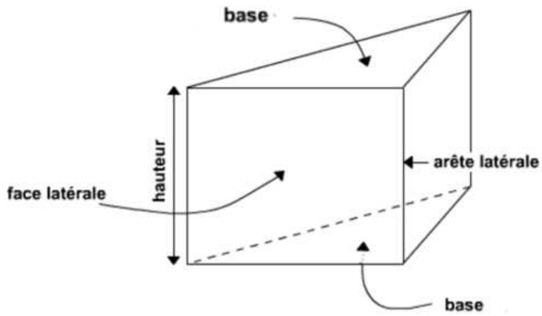
Propriété (admise) : Volume d'un cylindre de révolution de base de rayon R et de hauteur h.
V= aire de la base × hauteur
V= πx R x R x h



Exemple : Quel est le volume d'un cylindre de révolution ayant 5 cm de hauteur et dont la base a un diamètre de 6 cm ? → V=π×3×3×5=45π≈141,37 cm

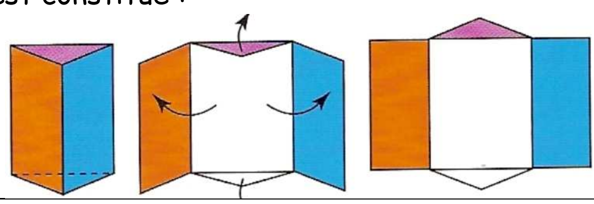
- Le prisme droit

Définition : Un prisme droit est un solide dont :
• deux faces sont des polygones superposables et parallèles : elles sont appelée les bases;
• les autres faces sont des rectangles : elles sont appelées les faces latérales.
• Les arêtes latérales d'un prisme droit ont la même longueur. Cette longueur commune est appelée la hauteur du prisme droit.



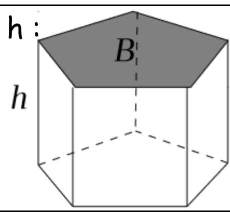
Remarque : • Le nombre de faces latérales est égal au nombre de côtés de chaque polygone de base. • Un prisme droit dont les bases sont des rectangles est un parallélépipède rectangle.

Propriété (admise) : Un patron d'un prisme droit est constitué :
• des deux bases;
• de rectangles qui sont les faces latérales.



Propriété (admise) : Volume d'un prisme droit de base d'aire B et de hauteur h :

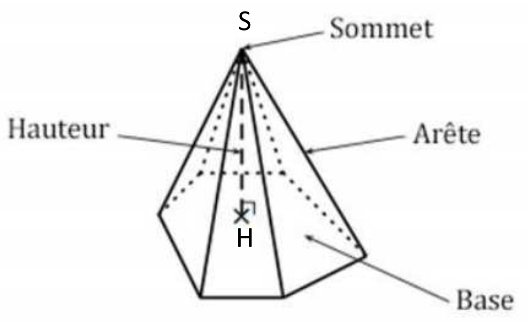
V= B × h



Exemple : Quel est le volume d'un prisme droit de hauteur 9 cm et dont la base est un carré de 7 cm de côté ? → V = 9 x 7 x 7 = 441 cm³.

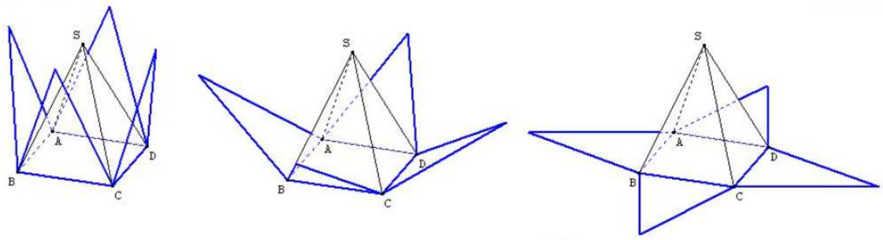
• La pyramide

Définition : Une pyramide est un solide :
• dont une face est un polygone, appelée base;
• les autres faces sont des triangles ayant un sommet commun, appelé le sommet de la pyramide.
Ce sont les faces latérales.
• La hauteur d'une pyramide de sommet S est le segment [SH] porté par la perpendiculaire à la base en H.



Remarque: Une pyramide régulière est une pyramide dont la base est un polygone régulier et dont la hauteur passe par le centre de la base. Ses faces latérales sont des triangles isocèles superposables.

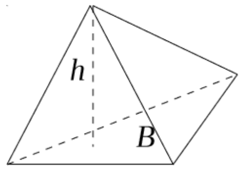
Propriété (admise) : Un patron d'une pyramide est constitué de la base (un polygone) et des faces latérales triangulaires.



Remarque : Il y a autant de faces latérales que la base à de côtés.

Propriété (admise) : Volume d'une pyramide de base d'aire B et de hauteur h :

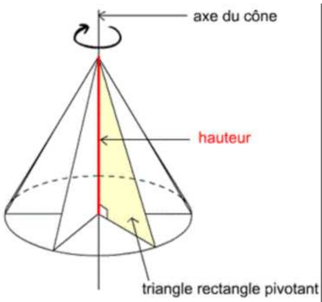
V= (B × h) ÷3

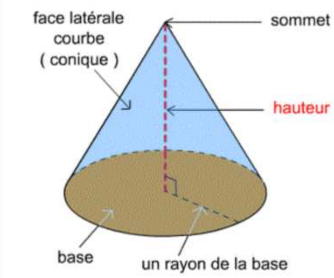


Exemple : Quel est le volume d'une pyramide de hauteur 8 cm dont la base est un carré de 9 cm. de côté ? → V = 8 x 9 x 9 ÷ 3 = 216 cm³.

• Le cône

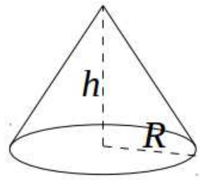
Définition : Un cône de révolution est le solide obtenu en faisant effectuer un tour à un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit.
Il possède une base en forme de disque, un sommet et une surface latérale.





Propriété (admise) : Volume d'un cône de révolution de base de rayon R et de hauteur h.

V= (π × R × R × h) ÷3 = $\frac{1}{3}\pi r^2$h



- La boule

Définition : La boule de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM $\leq$ r.

Remarque : La sphère représente la surface extérieure de la boule.

Propriété (admise) : Volume d'une boule de rayon R : V= (4 × π × R × R × R) ÷3 ou V= (4×π×R^3) ÷3

Exemple : Calculer le volume d'une boule de rayon 4 cm et arrondir au cm^3 près.

-> V = (4 × π × 4 × 4 × 4) ÷3 ≈ 67 cm^3

4) Unité de volume et de contenance

Propriété (admise) : On a toujours l'équivalence 1 dm^3 = 1L.

Pour effectuer un changement d'unité de volume ou de capacité, on peut utiliser le tableau ci-dessous.

Unités de volume	dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
Unités de contenance						kL	hL	daL	L	dL	cL	mL			

Exemple : Complète les égalités suivantes.

5,3 dam^3 = ... m^3

0,036 m^3 = ...cm^3

500dm^3 = ...dam^3

hm^3 = ...L

Exercices