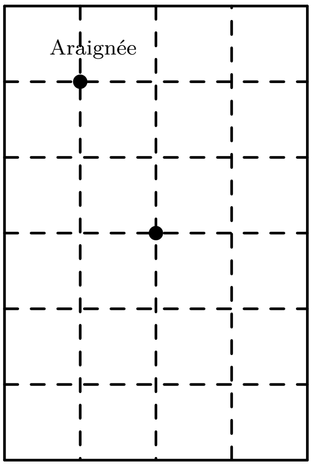
12. Géométrie dans l'espace

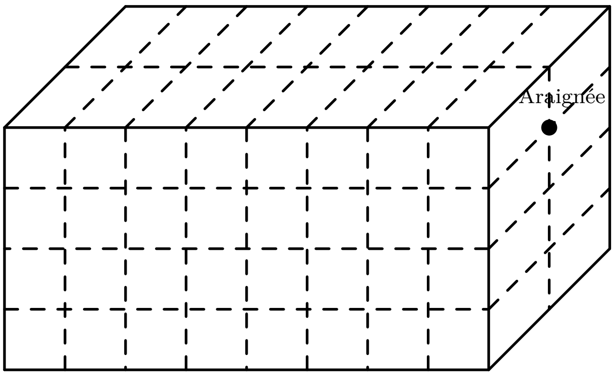
1. Se repérer dans un parallélépipède rectangle

Activité d'introduction :

1. Une araignée se déplace sur la fenêtre de Sam. Pour expliquer à son ami où l'araignée se trouve, il lui dit qu'elle est en $(-1\,;2)$. Qu'a-t-il voulu dire ?



2. L'araignée se déplace maintenant sur un pavé droit. Comment indiquer la position de l'araignée cette fois-ci ?



Solution :

1. Elle se trouve à 1 carreau à gauche et 2 carreaux en haut du centre de la fenêtre.
2. Si on prend comme origine le coin inférieur gauche du fond, elle se trouve en $(1\,;8\,;3)$.

Définition

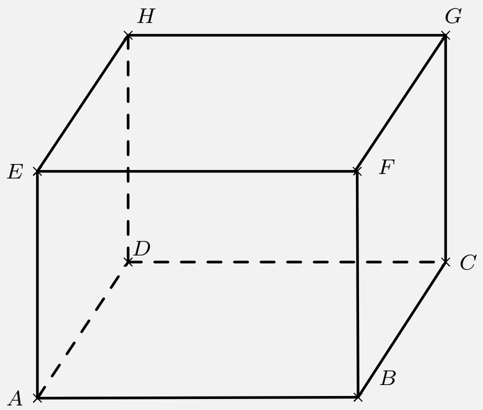
Dans un parallélépipède rectangle, un **repère** est formé par trois arêtes ayant un sommet commun appelé **origine du repère**.

Remarque : Pour se repérer dans le plan, l'abscisse et l'ordonnée d'un point suffisent. Mais pour se repérer dans l'espace, il nous faut également l'**altitude**.

Propriété (admise)

Tout point d'un parallélépipède rectangle est repéré par un unique triplet de nombres, ses coordonnées : l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude.

Exemple : Dans le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$, on considère le repère formé par les arêtes $[DA]$, $[DC]$ et $[DH]$ qui a pour origine le point D.
Quelles sont les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H si $AD = 2$, $DC = 5$ et $DH = 3$?



Solution :

$A(2\,;0\,;0)$	$B(2\,;5\,;0)$	$C(0\,;5\,;0)$	$D(0\,;0\,;0)$
$E(2\,;0\,;3)$	$F(2\,;5\,;3)$	$G(0\,;5\,;3)$	$H(0\,;0\,;3)$

Exercices

2. Se repérer sur une sphère

Activité d'introduction :

1. A quoi correspond le degré 0 pour les parallèles ? Et pour les méridiens ?
2. Le GPS indique les coordonnées suivantes : 44°50' N et 0°34' O. Que signifient ces coordonnées ?

Solution :

1. L'équateur et le méridien de Greenwich.

2. On se trouve à 44°50' au-dessus de l'équateur et 34' à droite du méridien de Greenwich.

Définition

Une **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$.
Une **boule** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq r$.

Remarque 1 : La sphère représente la surface extérieure de la boule.

Remarque 2 : Pour se repérer sur une sphère, on a besoin de deux nombres, la latitude et la longitude. Ces nombres sont appelés les coordonnées géographiques du lieu.

Définition

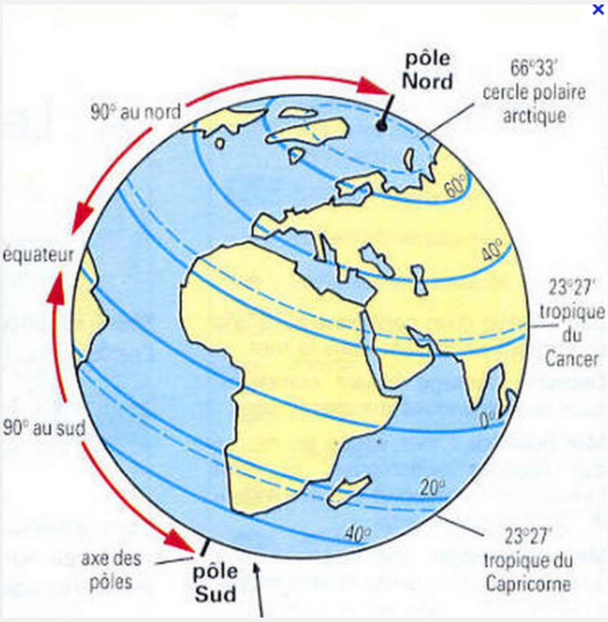
Sur un globe terrestre, les **parallèles** sont des cercles imaginaires parallèles à l'équateur. Ils sont répartis régulièrement entre l'équateur et les deux pôles.

Remarque : Le parallèle de référence est l'équateur.

Propriété (admise)

Un parallèle est identifié par l'angle qu'il forme avec le centre de la Terre et l'équateur.

Illustration :



Définition

La **latitude** d'un point exprime sa position Nord-Sud par rapport à l'équateur.

Remarque : Les points de l'équateur ont une latitude de 0°.

Remarque n°2 : Les latitudes sont comprises entre 0°et 90°Nord ou Sud.

Définition

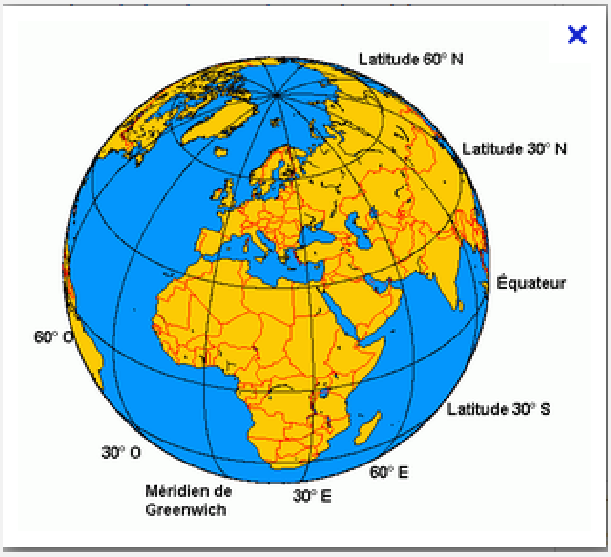
Sur un globe terrestre, les **méridiens** sont des demi-cercles imaginaires passant par les deux pôles et séparant la Terre dans le sens Est-Ouest.

Remarque : Le méridien de référence est le méridien de Greenwich.

Proprié (admise)

Un méridien est identifié par l'angle qu'il forme avec le centre de la Terre et le méridien de Greenwich, lorsque l'on regarde la Terre du dessus.

Illustration :



Définition

La **longitude** d'un point exprime sa position Est-Ouest par rapport au méridien de Greenwich.

Remarque : Les points du méridien de Greenwich ont une longitude de 0°.

Remarque n°2 : Les longitudes sont comprises entre 0°et 180°Est ou Ouest.

Exercices

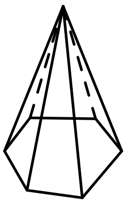
3. La pyramide

Activité d'introduction :

1. Illustre à main levée ce que t'évoque la pyramide.
2. Combien de faces une pyramide possède-t-elle ?
3. Quelle est la forme des faces d'une pyramide ?

Solution :

1. Un exemple de pyramide est le suivant :



2. Le nombre de faces de la pyramide dépend de la forme de la base.
3. La base est un polygone, les autres faces sont des triangles.

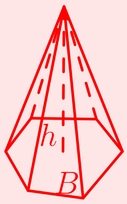
Définition

Une **pyramide** est un solide possédant une base polygonale et dont les faces latérales sont des triangles. Ces faces ont toutes un sommet commun appelé le sommet de la pyramide.

Propriété (admise)

Le volume d'une pyramide de base d'aire B et de hauteur h est donné par la formule suivante :

$$V = (B \times h) \div 3$$



Exemple : Quel est le volume de la pyramide du Louvre sachant que sa hauteur est de 21 m et que sa base est un carré de 35 m de côté ?

Solution :
$V = (21 \times 35^2) \div 3 = (21 \times 1225) \div 3 = 25\,725 \div 3 = 8575\ m^3$.

Exercices

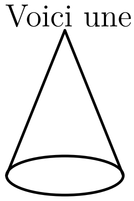
4. Le cône

Activité d'introduction :

1. Illustre à main levée ce que t'évoque le cône.
2. Que peux-tu dire des faces du cône ?

Solution :

1. Voici une illustration d'un cône :



2. La base est un disque, la face latérale n'est pas un polygone.

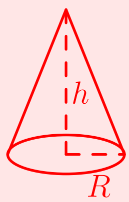
Définition

Un **cône de révolution** est un solide obtenu par rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés formant l'angle droit. Sa base est un disque.

Propriété (admise)

Le volume d'un cône de révolution de base de rayon R et de hauteur h est donné par la formule suivante :

$$V = (\pi \times R \times R \times h) \div 3.$$



Exemple : Quel est le volume d'un cône de révolution de 5 cm et hauteur et de 4 cm de diamètre ?

Solution :
$V = (\pi \times 2 \times 2 \times 5) \div 3 = 20\pi \div 3 \approx 21cm^3$.

Exercices